

# Objektive für extrem großen Spektralbereich

Autor : Henning Mehnert und Thomas Steinich, Bad Kreuznach

Dieser Artikel ist erschienen in der Oktoberausgabe der Fachzeitschrift **PHOTONIK 5/2011** auf den Seiten 58 bis 61 unter dem Titel "Polychromatische Objektive für Anwendungen in großen Spektralbereichen"

In den letzten Jahren konnte vermehrt die Nachfrage nach universell und vor allem multispektral einsetzbaren Objektiven festgestellt werden. Parallel dazu ging für Sensoren die Entwicklung ebenfalls in die Richtung höherer Empfindlichkeiten über einen möglichst großen Spektralbereich. Den Objektivbau stellt dieser Trend vor neue Herausforderungen sowohl im Design als auch in der Fertigung. Vor allem die aufgrund der Glasdispersion auftretende chromatische Längsabweichung gilt es in neuen Designansätzen möglichst perfekt zu korrigieren. Ein für die industrielle Inspektion interessanter Effekt dieser Korrekturen ist, dass bei einem Wechsel der Farbkanäle das Nachfokussieren überflüssig wird. Für immer schnellere Produktionsabläufe dauert häufig das elektronische Nachfokussieren bei einer Inspektion in verschiedenen Spektralbereichen bereits schon zu lang.

Als Hersteller für hochwertige optische Systeme nimmt Schneider-Kreuznach die Herausforderung an diese Probleme optisch zu beheben. Objektive, die für einen extrem großen Spektralbereich perfekt korrigiert sind werden als Polychromate bezeichnet.

- [Theoretische Grundlagen](#)
- [Glasauswahl](#)
- [Optikdesign](#)
- [Fazit](#)

## Theoretische Grundlagen

Für das Design polychromatischer optischer Systeme steht die chromatische Längsabweichung im Mittelpunkt der Aberrationskorrektur. Diese lässt sich durch die Schnittweitendifferenz für zwei Wellenlängen allgemein durch

$$\Delta_{\lambda} s' = s'_{\lambda_1} - s'_{\lambda_2} \text{ mit } \lambda_1 < \lambda_2 \tag{Gl. 1}$$

beschreiben und wie in Abb.1 gezeigt grafisch darstellen [1].

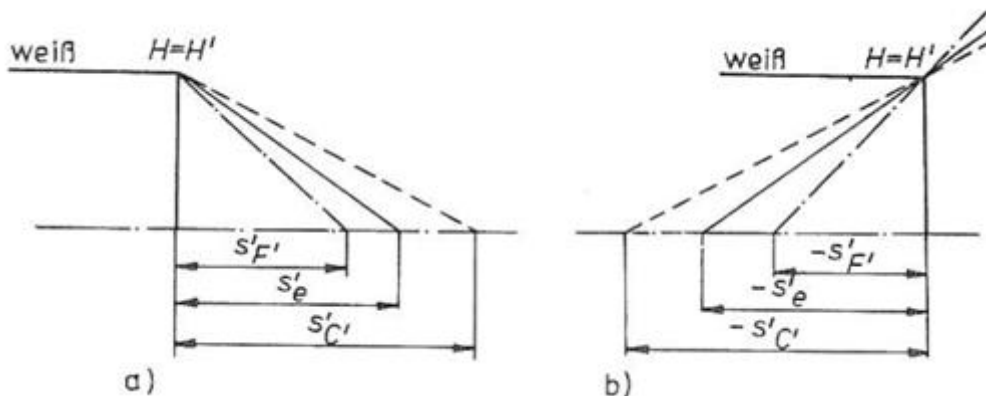


Abb.1 Farblängsfehler für eine Sammellinse a) und eine Zerstreuungslinse b)

Für  $k$  dünne, in Luft stehende Linsen in direktem Kontakt kann der Farb­längsfehler  $L_i = \frac{F'_i}{v_i}$  als Quotient aus Brechkraft  $F'$  und Abbezahl  $v$  ausgedrückt werden.

$$\Delta_{\lambda} s' = -s'^2 \sum_{i=1}^k L_i = -s'^2 \sum_{i=1}^k \frac{F'_i}{v_i} \quad (\text{Gl. 2})$$

Für den Fall einer unendlichen Eingangsschnittweite  $s$ , geht die bildseitige Schnittweite  $s'$  nach Gl. 3

$$F' = \frac{1}{s'} - \frac{1}{s} \quad (\text{Gl. 3})$$

über in  $s' = \frac{1}{F'}$ . Aus Gl. 2 folgt dann

$$\Delta_{\lambda} s' = -\frac{1}{F'^2} \sum_{i=1}^k L_i = -\frac{1}{F'^2} \sum_{i=1}^k \frac{F'_i}{v_i} \quad (\text{Gl. 4})$$

Mit Gl.2 und Gl.4 kann nun die chromatische Längsabweichung in Abhängigkeit der Systemparameter Brechkraft und Dispersion beschrieben werden.

Bei der Einteilung bezüglich des Grades des Korrektionszustandes unterscheidet man zunächst zwischen zwei Typen.

Für achromatische Systeme ist die Schnittweite für zwei verschiedene Wellenlängen gleich. Gilt dies für eine zusätzliche dritte Wellenlänge so spricht man von einem apochromatisch korrigierten System. Die Frage für wie viel Wellenlängen ein optisches System korrigiert sein muss damit es theoretisch im paraxialen Gebiet frei von chromatischer Längsabweichung ist, wurde 1959 von Max Herzberger in seinem Artikel: „Colour correction in optical systems and a new dispersion formula“ beantwortet [2]. Zur Beschreibung des Dispersionsverhaltens von Glas verwendet er die Näherungsgleichung:

$$n(\lambda) = A + B\lambda^2 + \frac{C}{(\lambda^2 - \lambda_0^2)} + \frac{D}{(\lambda^2 - \lambda_0^2)^2} \quad (\text{Gl. 5})$$

Die Konstante  $\lambda_0$  erhält man aus dem Mittelwert der Glasabsorptionsbanden [2]. Nun benötigt man noch die Konstanten A, B, C und D um die Glasdispersion zu berechnen. Das bedeutet nach der Messung der Brechzahl für 4 Wellenlängen kann ein Gleichungssystem mit 4 Gleichungen und 4 Unbekannten aufgestellt werden. Aus diesem können A, B, C, D berechnet werden. Die Gl.5 kann demnach in der Form

$$n(\lambda) = n_1 a_1(\lambda) + n_2 a_2(\lambda) + n_3 a_3(\lambda) + n_4 a_4(\lambda) \quad (\text{Gl. 6})$$

mit

$$\sum_{k=1}^4 a_k = 1$$

ausgedrückt werden. Wird nun Gl.6 in die Gleichung für den Kehrwert der Abbeschen Zahl [1]

$$\frac{1}{v(\lambda)} = \frac{n_2 - n(\lambda)}{n_2 - 1} \quad (\text{Gl. 7})$$

eingesetzt, erhält man einen Ausdruck für die Abbezahl in Abhängigkeit der Funktionen  $a_k$ .

$$\frac{1}{\nu(\lambda)} = a_1(\lambda) \frac{1}{\nu} + a_3(\lambda) \frac{\mathfrak{G}}{\nu} + a_4(\lambda) \frac{\overline{\mathfrak{G}}}{\nu} \quad (\text{Gl. 8})$$

Ersetzt man den Term  $\frac{1}{\nu}$  in Gl. 2 durch Gl.8

$$\Delta_2 s' = -s'^2 \left[ a_1(\lambda) \sum_{i=1}^k \frac{F'_i}{\nu_i} + a_3(\lambda) \sum_{i=1}^k \frac{F'_i \mathfrak{G}_i}{\nu_i} + a_4(\lambda) \sum_{i=1}^k \frac{F'_i \overline{\mathfrak{G}}_i}{\nu_i} \right] \quad (\text{Gl. 9})$$

folgen die Bedingung für die Korrektur der chromatischen Längsabweichung.

$$\sum_{i=1}^k \frac{F'_i}{\nu_i} = 0 \quad \text{Dichromasiebedingung} \quad (\text{Gl. 10a})$$

$$\sum_{i=1}^k \frac{F'_i \mathfrak{G}_i}{\nu_i} = 0 \quad \text{1. Trichromasiebedingung} \quad (\text{Gl. 10b})$$

$$\sum_{i=1}^k \frac{F'_i \overline{\mathfrak{G}}_i}{\nu_i} = 0 \quad \text{2. Trichromasiebedingung (Polychromasiebedingung)} \quad (\text{Gl. 10c})$$

Erfüllt das optische System alle Gleichungen 10a bis 10c verschwindet die chromatische Längsabweichung nach Gl.9 vollständig. Wie dem Gleichungssystem 10 zu entnehmen ist, bedarf es dafür die Kenntnis einer Abbezahl  $\nu$  sowie der zwei Teildispersionen  $\mathfrak{G}$  und  $\overline{\mathfrak{G}}$ . Um diese Größen zu bestimmen benötigt man die Brechzahl für 4 Wellenlängen. Nach der Herzbergerschen Dispersionsformel ist dann mit deren Genauigkeit die Schnittweite theoretisch für alle Wellenlängen gleich, wodurch sich die Bezeichnung Polychromat ableitet.

## Glasauswahl

Die Lösung des Gleichungssystems 10 für einen Polychromaten aus zwei Linsen ergibt  $\mathfrak{G}_2 = \mathfrak{G}_1$  und  $\overline{\mathfrak{G}}_2 = \overline{\mathfrak{G}}_1$ . Demnach müssen die beiden Gläser in einem Diagramm welches  $\overline{\mathfrak{G}}$  über  $\mathfrak{G}$  darstellt aufeinander liegen. Für den Spektralbereich von 350 nm bis 1200 nm gilt für die beiden Teildispersionen  $\mathfrak{G} = \frac{n_{350} - n_F}{n_F - n_C}$  und  $\overline{\mathfrak{G}} = \frac{n_{1200} - n_F}{n_F - n_C}$ . Für Oharagläser die in diesem Bereich eine

Transmission von mehr als 90% haben, ist das  $\mathfrak{G}$ - $\overline{\mathfrak{G}}$  Diagramm in Abb.2 dargestellt. Es ist zu entnehmen, dass für einen zweilinsigen Polychromaten keine befriedigende Glaskombination möglich ist. Wird nun das Gleichungssystem 10 für einen Polychromaten bestehend aus 3 Linsen mit der Determinantenmethode  $\text{Det}(10) = 0$  gelöst, erhält man nach einiger Umformung

$$\overline{\mathfrak{G}}_3 = \left( \frac{\overline{\mathfrak{G}}_2 - \overline{\mathfrak{G}}_1}{\mathfrak{G}_2 - \mathfrak{G}_1} \right) \mathfrak{G}_3 + \frac{\mathfrak{G}_2 \overline{\mathfrak{G}}_1 - \mathfrak{G}_1 \overline{\mathfrak{G}}_2}{\mathfrak{G}_2 - \mathfrak{G}_1} \quad (\text{Gl. 11})$$

Nach Gl.11 müssen die drei Gläser in dem in Abb.2 gezeigten Diagramm auf einer Geraden liegen.

Für eine Gerade mit dem Anstieg 0 kann mit Gl. 11 die Bedingung  $\overline{\mathfrak{G}}_3 = \overline{\mathfrak{G}}_2 = \overline{\mathfrak{G}}_1$  berechnet werden. Setzt man dies aber in Gl.10c ein erhält man die Dichromasiebedingung Gl.10a. Die drei Gläser erfüllen also nicht die Bedingung für Polychromasie. Ist der Anstieg der Geraden unendlich so gilt,  $\mathfrak{G}_3 = \mathfrak{G}_2 = \mathfrak{G}_1$ . Dann geht aber Gl.10b in die Dichromasiebedingung über und das optische System ist ebenfalls nicht polychromatisch. Wie in Abb. 2 zu erkennen ist, ist die Glaswahl extrem eingengt. Dennoch gibt es mögliche Kombinationen für einen polychromatischen Korrektionszustand.

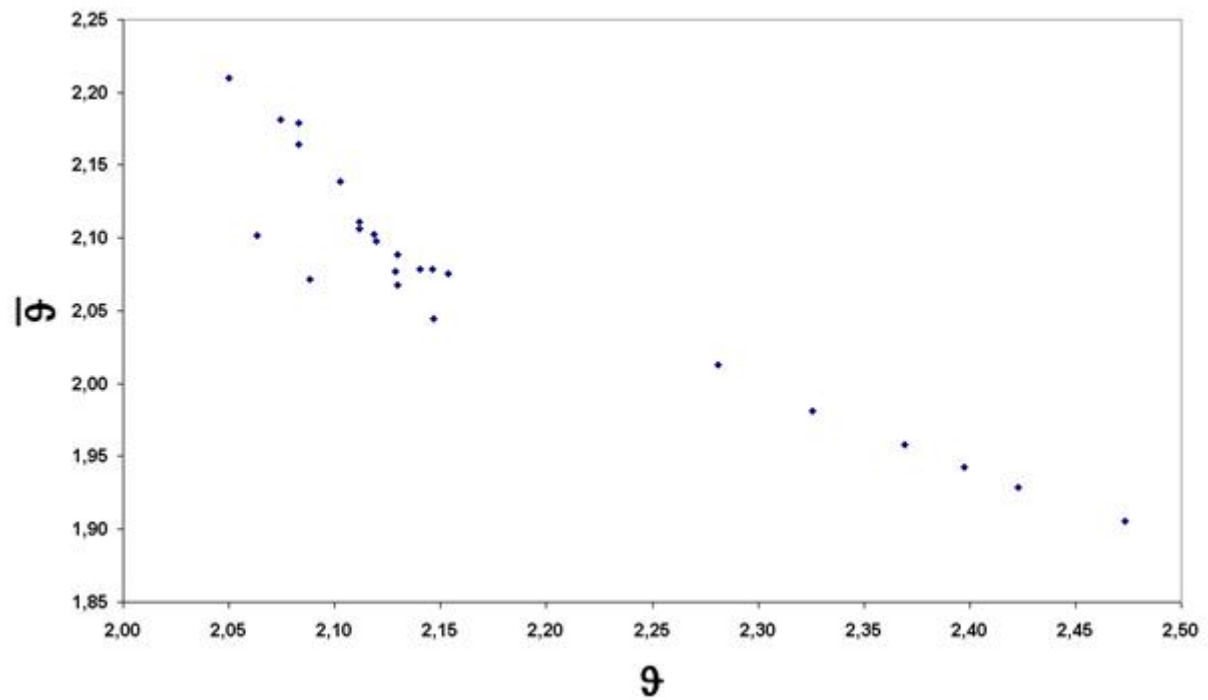


Abb.2 Teildispersionsdiagramm

### Literaturhinweise:

- [1] Heinz Haferkorn, *Bewertung optischer Systeme*, VEB Deutscher Verlag der Wissenschaften, Berlin 1986
- [2] Max Herzberger, *Colour correction in optical systems and a new dispersion formula*, Opt. Acta 6, 197-215 (1959).

Fortsetzung 

... Fortsetzung des Artikels

## Objektive für extrem großen Spektralbereich

Autor : Henning Mehnert, Bad Kreuznach

- [Theoretische Grundlagen](#)
- [Glasauswahl](#)
- [Optikdesign](#)
- [Fazit](#)

### Optikdesign

Am Beispiel eines Simplets soll zunächst gezeigt werden wie die Theorie angewendet werden kann. Nach Gl.11 werden aus der Abb.2 zunächst 3 Gläser ausgewählt.

1)S-FPL51Y:  $n_d = 1.497003; \nu_d = 81.1382; \bar{g} = 2.0881; \bar{g} = 2.0718$

2)N-BAK1:  $n_d = 1.572500; \nu_d = 57.5493; \bar{g} = 2.1588; \bar{g} = 2.0424$

3)PBM18Y:  $n_d = 1.595509; \nu_d = 38.7671; \bar{g} = 2.4229; \bar{g} = 1.9287$

Mit der Brechkraftgleichung für ein Simplet in Luft

$$F' = F'_1 + F'_2 + F'_3 \tag{Gl 12}$$

sowie Gl.10a und Gl.10b und unter der Bedingung  $F' = 0.01 \frac{1}{\text{mm}}$  kann ein Gleichungssystem aufgestellt werden, welches durch Anwendung des Gaußschen Algorithmus die Brechkräfte der 3 Linsen liefert.

$$F'_1 = \frac{\nu_1(\bar{g}_3 - \bar{g}_2)}{\nu_1(\bar{g}_3 - \bar{g}_2) + \nu_2(\bar{g}_1 - \bar{g}_3) + \nu_3(\bar{g}_2 - \bar{g}_1)} F' = 0.0438 \frac{1}{\text{mm}}$$

$$F'_2 = \frac{\nu_2(\bar{g}_1 - \bar{g}_3)}{\nu_1(\bar{g}_3 - \bar{g}_2) + \nu_2(\bar{g}_1 - \bar{g}_3) + \nu_3(\bar{g}_2 - \bar{g}_1)} F' = -0.0394 \frac{1}{\text{mm}}$$

$$F'_3 = \frac{\nu_3(\bar{g}_2 - \bar{g}_1)}{\nu_1(\bar{g}_3 - \bar{g}_2) + \nu_2(\bar{g}_1 - \bar{g}_3) + \nu_3(\bar{g}_2 - \bar{g}_1)} F' = 0.0056 \frac{1}{\text{mm}}$$

Mit der Annahme einer bikonvexen Frontlinse und der Verkittungsbedingung können nun die Radien für ein in Luft stehendes Simplet aus dünnen Linsen berechnet werden.

Surf	Type	Radius	Thickness	Glass	Diameter
OBJ	STANDARD	Infinity	Infinity		0
1	STANDARD	22.73851	0	S-FPL51Y	18.8
2	STANDARD	-22.73851	0	N-BAK1	20
3	STANDARD	40.52112	0	PBM18Y	19.2
STO	STANDARD	65.49474	99.84716		18.4
IMA	STANDARD	Infinity			0.493215

Abb.3 Systemdaten für ein polychromatisches Simplet aus dünnen Linsen in Luft

Dieses hat im paraxialen Gebiet theoretisch keine chromatische Längsabweichung. Wie die Abb.4 zeigt stimmt dies praktisch allerdings nicht ganz, da es sich bei der Herzbergerschen Dispersionsformel nur um eine Näherungsformel handelt.



Abb.4 chromatische Längsabweichung für ein aus drei dünnen Linsen bestehendes Simplet

Symmetrisch zur Blendenposition sind zwei dieser Simplets eine gute Ausgangsbasis für das Design polychromatisch korrigierter Makroobjektive. In Abb.5 ist der Linsenschnitts eines solchen Systems gezeigt.

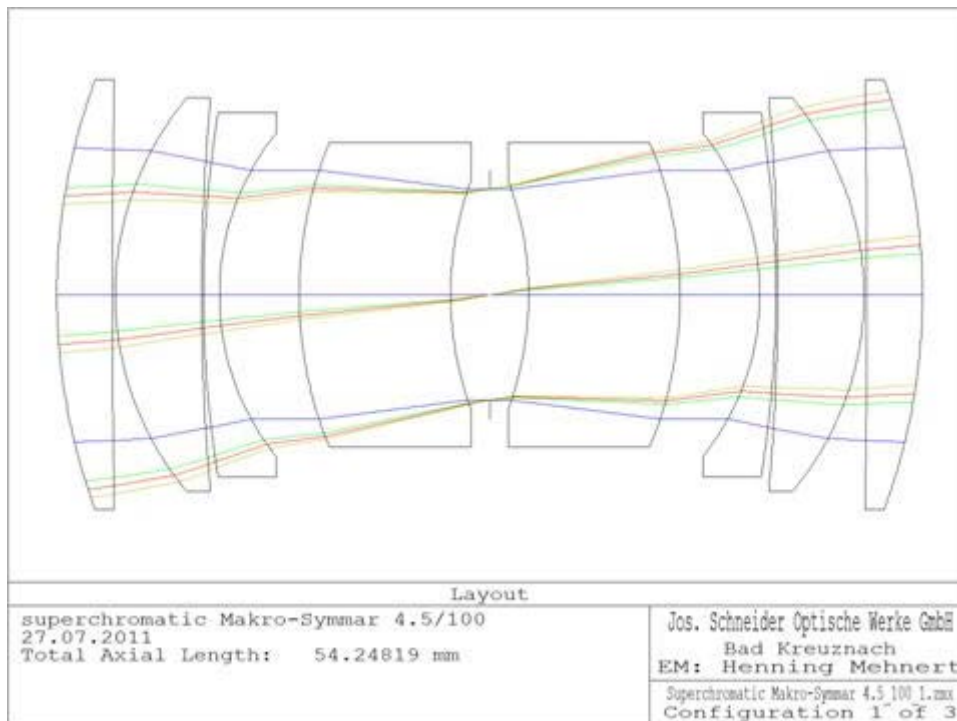


Abb.5 Layout für ein vollsymmetrisches Makro-Objektiv

Für die bessere Korrektur von Bildfeldwölbung, Astigmatismus und vor allem des Öffnungsfehlers wurden die Verkeittungsbedingungen aufgehoben und die erste und letzte Linse aufgespalten. Zur Ermittlung der chromatischen Längsabweichung wurde die Verschiebung der Bildebene in Abhängigkeit der Wellenlänge anhand der MTF bei 80lp/mm auf der Achse betrachtet. Das Ergebnis ist in Abb.6 durch die rote Kurve dargestellt.

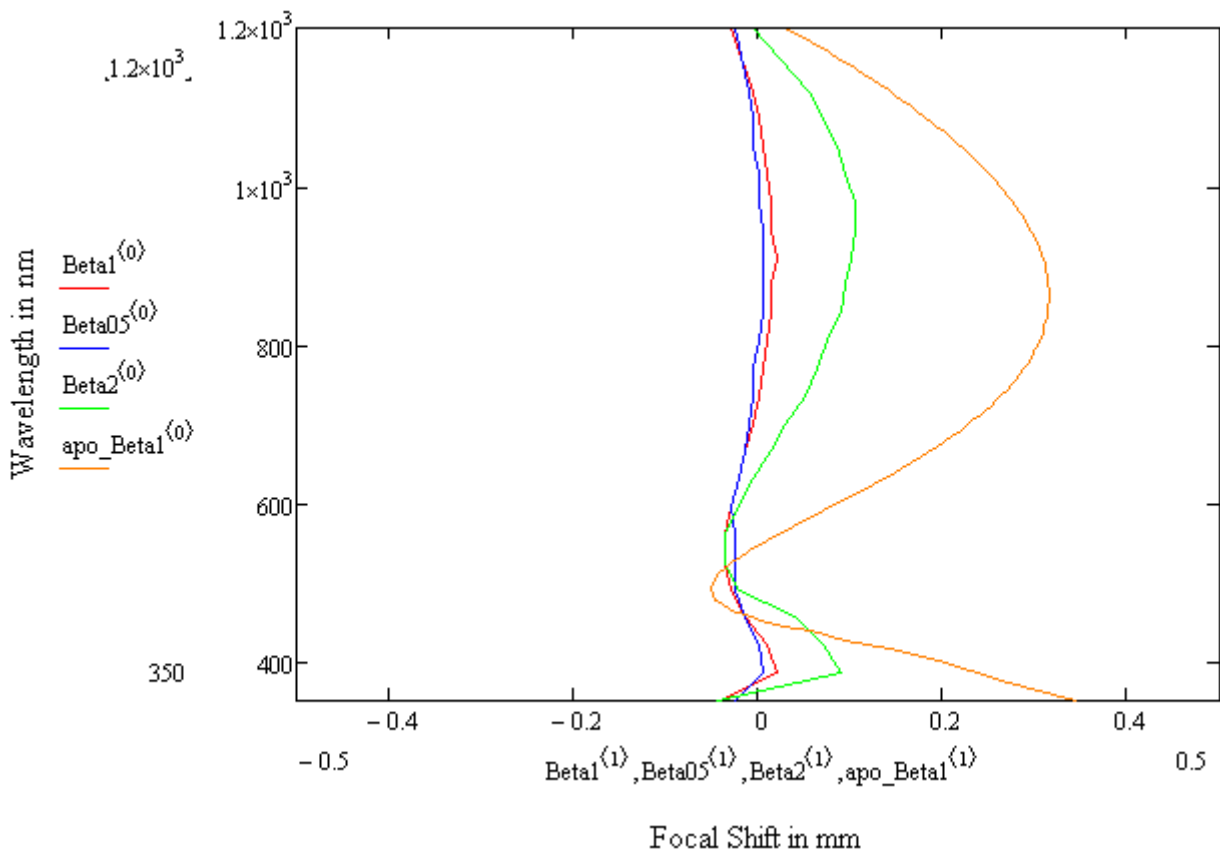


Abb.6 Darstellung der chromatischen Längsabweichung

Dabei wird auf der x-Achse der Bildebenenversatz und auf der y-Achse die Wellenlänge aufgetragen. Die vier Nullstellen sind deutlich zu erkennen und mit einem chromatische Restfehler von 65 µm liegt dieser 2.7 mal unterhalb der Beugungsgrenze. Zusätzlich ist mit der orangen Kurve der Verlauf eines apochromatischen Systems ebenfalls bei  $\beta' = -1$  dargestellt. Durch den polychromatischen Zustand ist eine erhebliche Verbesserung der Korrektur des Farblängsfehlers zu erkennen. Als vollsymmetrisches Makro-Objektiv ist das System mit einer numerischen Apertur von 0.056, einer Brennweite von 100 mm und für den Spektralbereich von 350 nm bis 1200 nm in der Lage 120 lp/mm bei 22% Kontrast aufzulösen. Die entsprechende MTF-Kurve für den Abbildungsmaßstab  $\beta' = -1$  ist in Abb.7 zu sehen. Durch speziell entwickelte Coatings kann über den gesamten Spektralbereich eine konstant hohe Transmission erzielt werden. Die entsprechende Grafik ist in Abb.8 zu sehen.

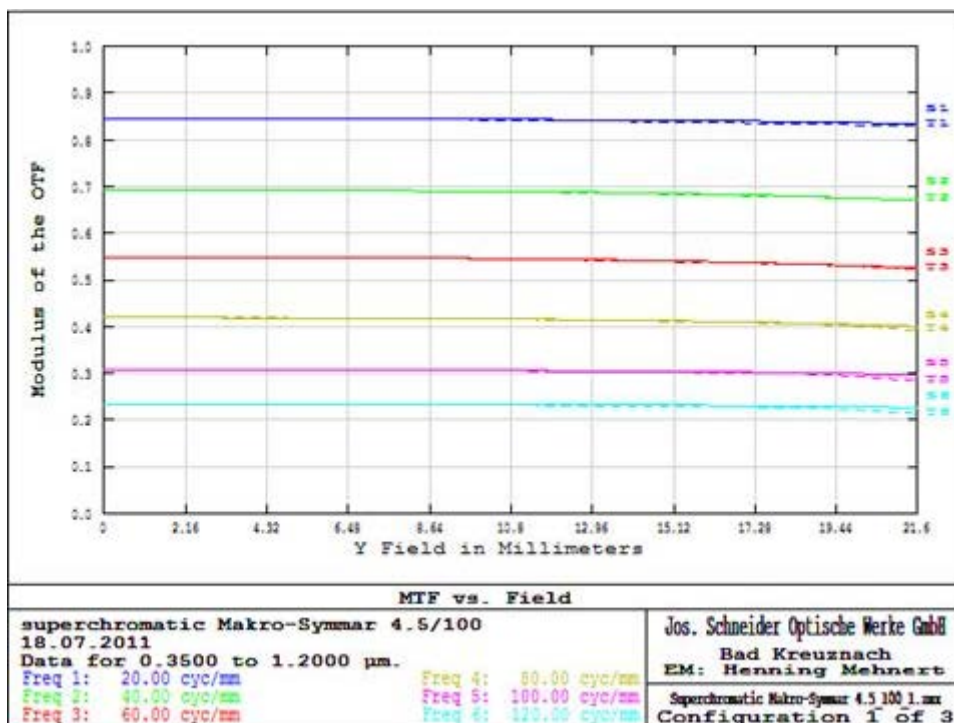


Abb.7 MTF-Kurve für 350nm – 1200nm und

$$\beta' = -1$$

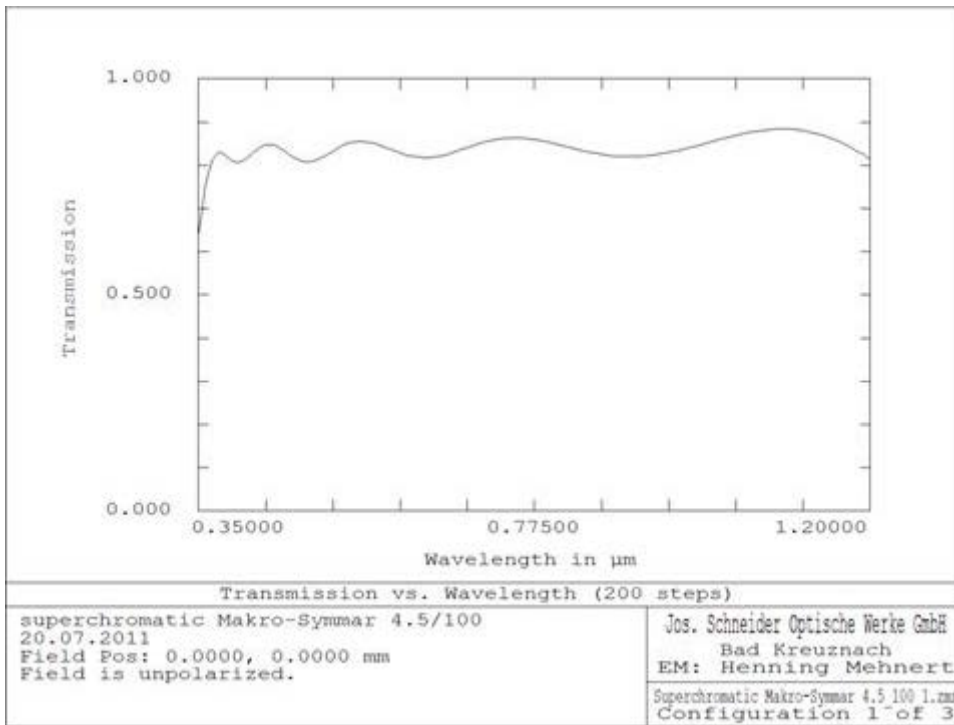


Abb.8 Transmissionsdiagramm des polychromatischen Makro-Objektives

In einer Modulbauweise können aus dem Objektiv in Abb.5 auch Systeme für andere Abbildungsmaßstäbe im Bereich zwischen  $\beta' = -2$  und  $\beta' = -0.5$  realisiert werden.

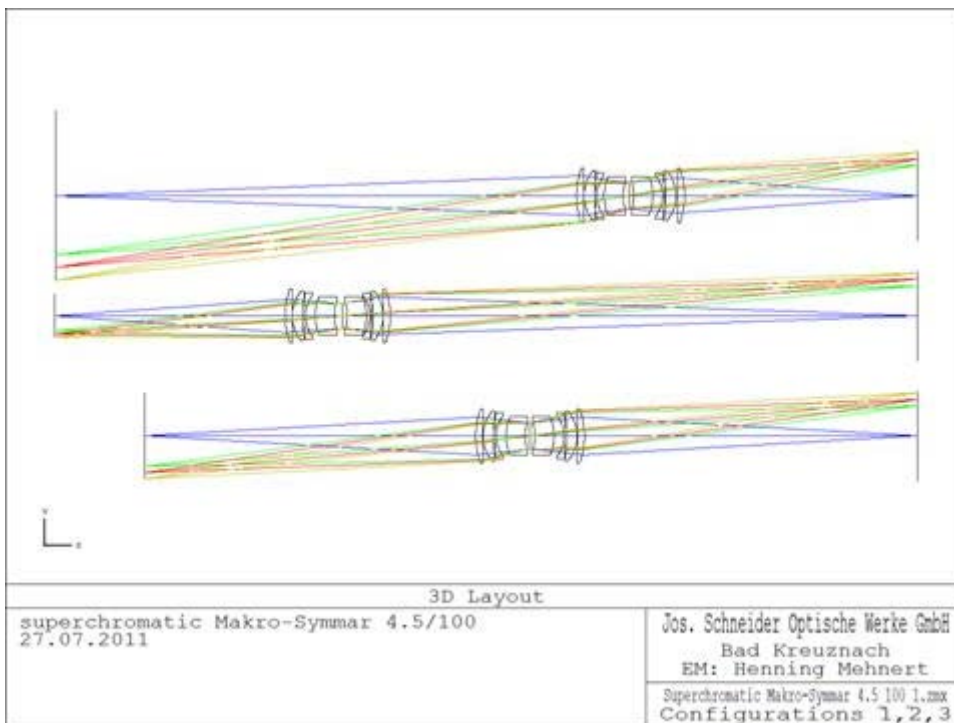


Abb.9 Systemlayout für die Abbildungsmaßstäbe  $\beta' = -0.5$ ,  $\beta' = -2$  und  $\beta' = -1$

Die Grenze für das Auflösungsvermögen bei beugungsbegrenzten Objektiven folgt aus dem Radius des Airy-Scheibchens

$$r_{\text{Airy}} = 0.61 \frac{\lambda}{NA} \quad (\text{Gl. 13})$$

Demnach ist die maximal zu erreichende Auflösung für andere Abbildungsmaßstäbe und für andere Spektralbereiche gegenüber Abb.7 verschieden. Um dennoch zu zeigen, dass das Objektiv auch in diesen Konfigurationen nahezu beugungsbegrenzt ist wird für die MTF eine Darstellung als Funktion der



Ortsfrequenz gewählt. Dabei ist die theoretische Beugungsgrenze schwarz eingezeichnet. Nach Gl. 2 muss der Farbblängsfehler für  $\beta' = -2$  größer und für  $\beta' = -0.5$  kleiner werden. Dies ist in Abb.6 zu sehen. Der polychromatische Zustand bleibt aber erhalten.

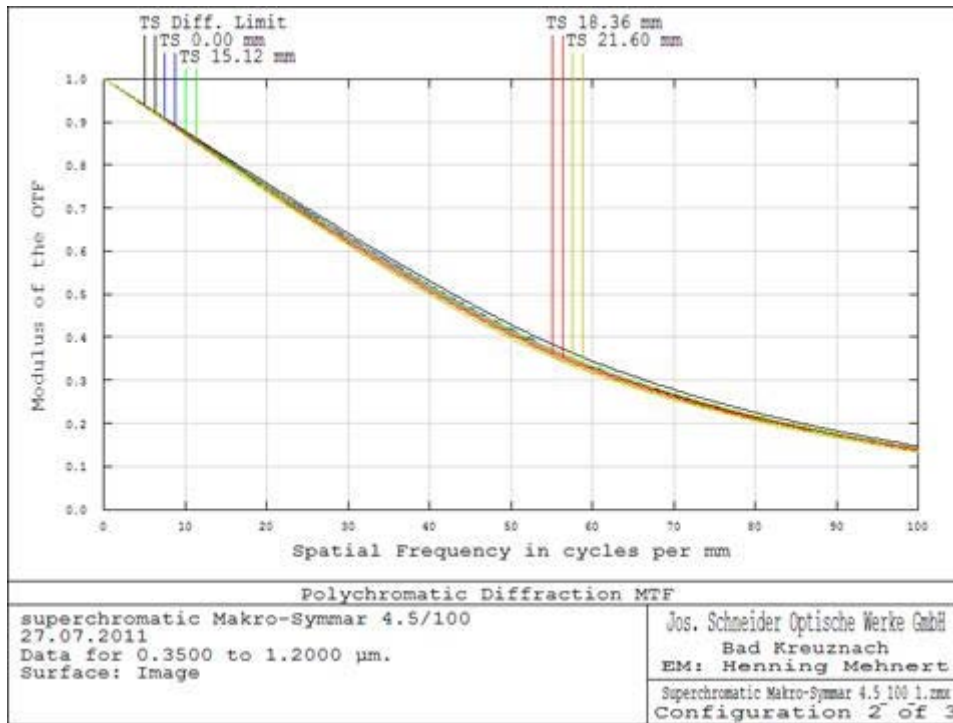


Abb.10 MTF-Kurve für 350nm – 1200nm und  $\beta' = -2$ . Die Beugungsgrenze ist mit Diff. Limit gekennzeichnet.

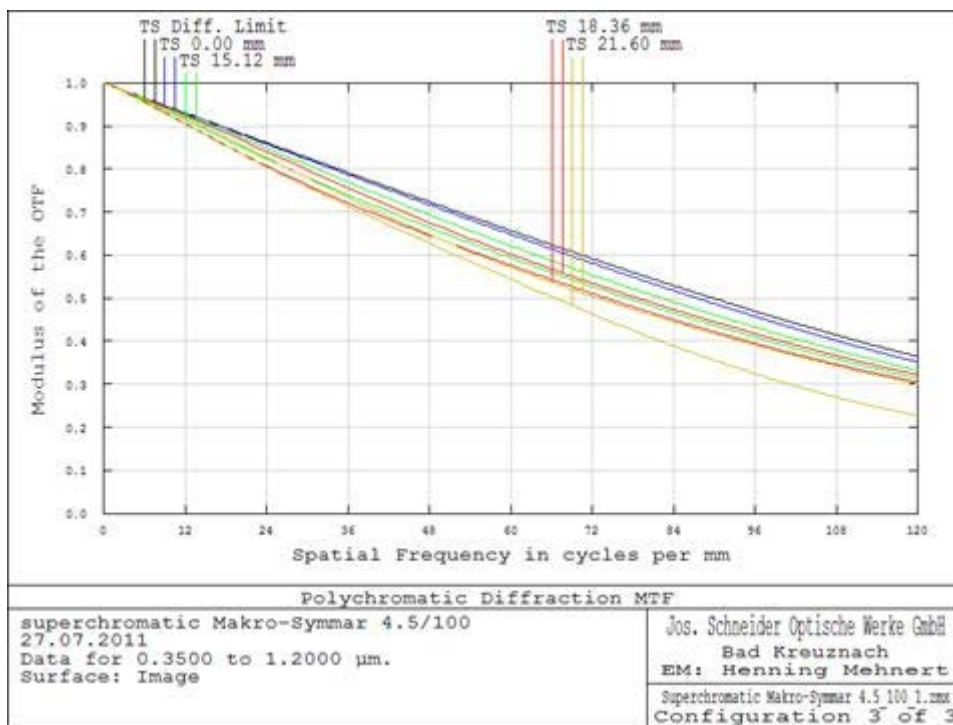


Abb.11 MTF-Kurve für 350nm – 1200nm und  $\beta' = -0.5$

Aufgrund der nahezu perfekten Farbkorrektur ist es nicht nötig bei einem Wechsel des Spektralbereiches nachzufokussieren. Zur Verdeutlichung sind für  $\beta' = -1$  und die Spektralbereiche 350nm – 450nm, 450nm – 750nm und 750nm – 1200nm jeweils die MTF-Kurven in den Abb.12 bis Abb.14 angegeben. Dabei wird die Fokusebene zwischen den einzelnen Bereichen nicht variiert.

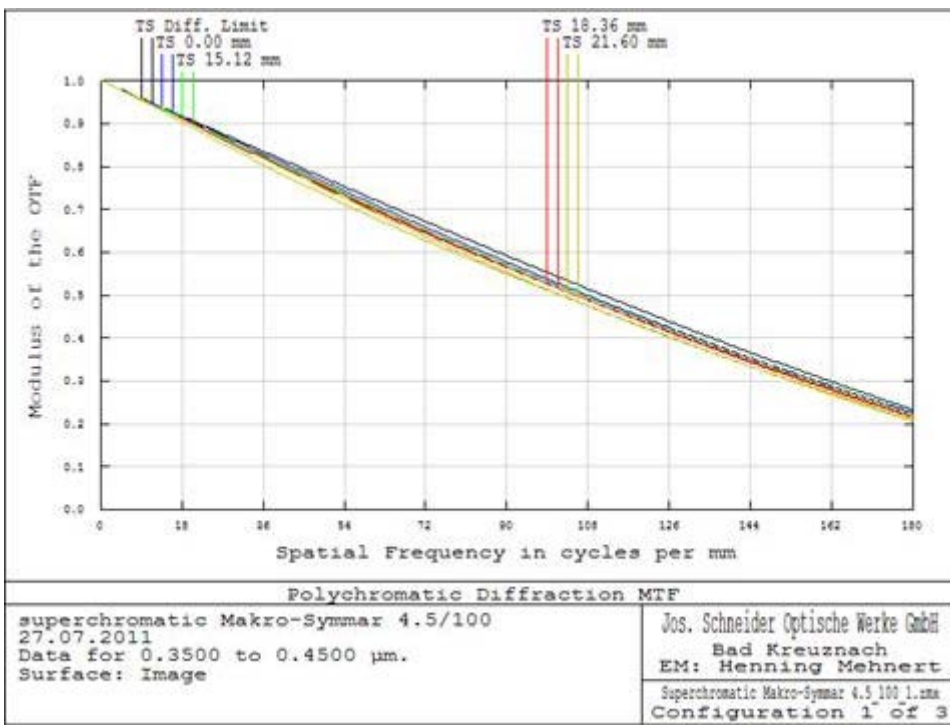


Abb.12 MTF-Kurve für 350nm bis 450nm

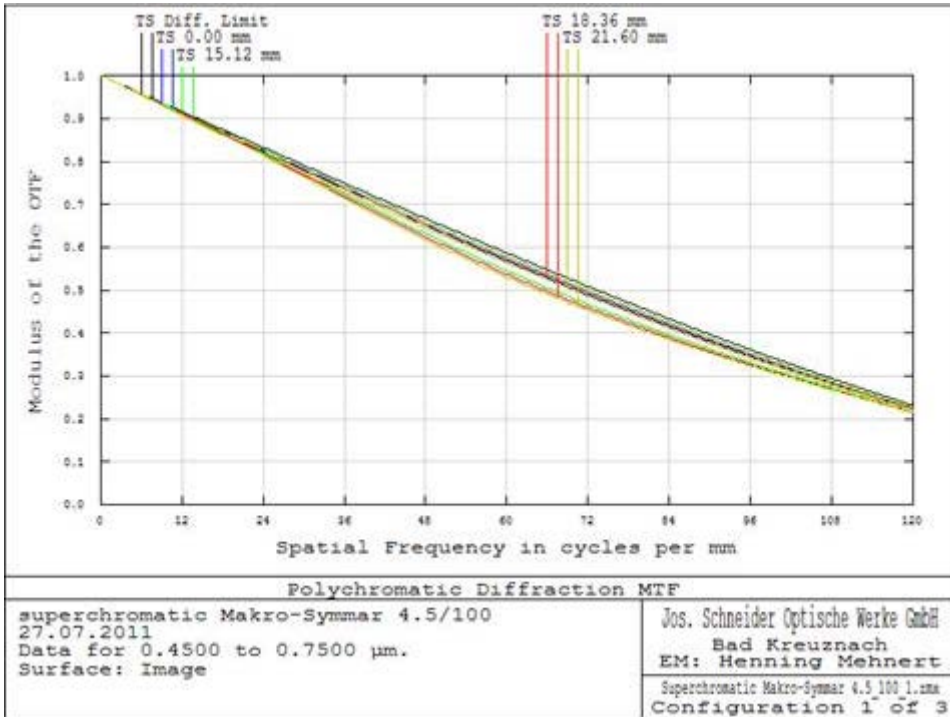


Abb.13 MTF-Kurve für 450nm bis 750nm

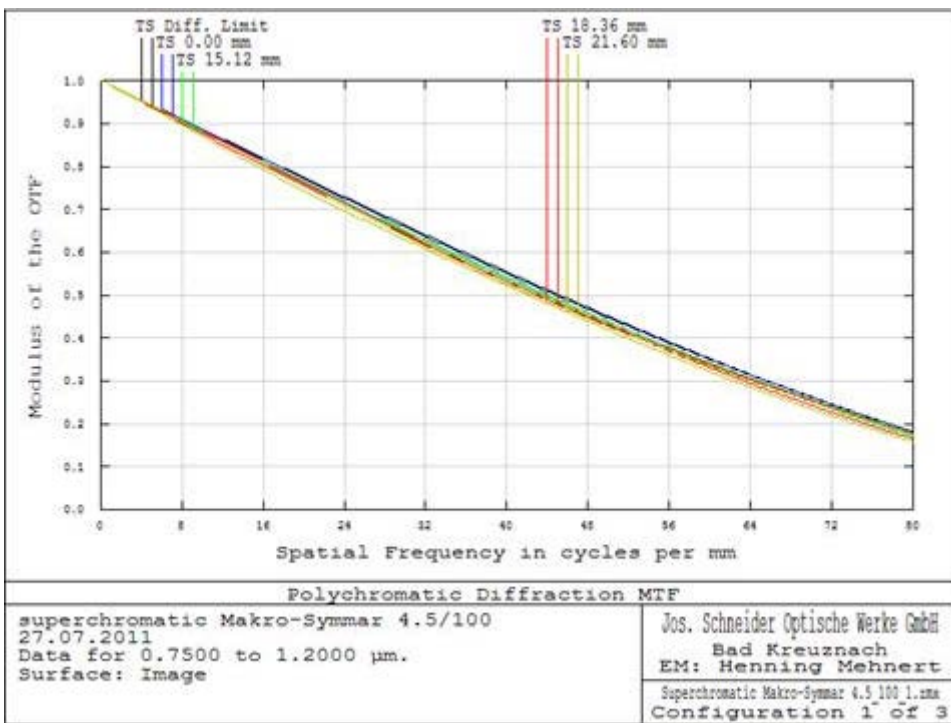


Abb.14 MTF-Kurve für 750nm bis 1200nm

## Fazit

Trotz einer extrem kritischen Glasauswahl können optische Systeme über den Zustand der Apochromasie hinaus korrigiert werden. Der Preis für diesen perfekten Korrektionszustand sind allerdings sehr enge Fertigungstoleranzen. Neben der Notwendigkeit eines schmelzungebundenen Designs werden hohe Anforderungen an die Güte der Linsen sowie deren mechanische Positionierung gestellt. Dennoch lohnt der Aufwand vor allem aufgrund der Tatsache, dass bei einem Wechsel des Spektralbereiches ein Nachfokussieren bei so korrigierten Systemen überflüssig ist. Für industrielle Anwendungen bei denen bestimmte Prüfmerkmale erst durch die Beleuchtung mit verschiedenen Wellenlängen sichtbar werden, können mit diesen speziellen Objektiven die Prüfzeiten verkürzt und die Inspektion verbessert werden. Dennoch werden kaum Objektive für extrem breite Spektralbereiche als Standardprodukte angeboten.

## Literaturhinweise:

- [1] Heinz Haferkorn, *Bewertung optischer Systeme*, VEB Deutscher Verlag der Wissenschaften, Berlin 1986
- [2] Max Herzberger, *Colour correction in optical systems and a new dispersion formula*, Opt. Acta 6, 197-215 (1959).

